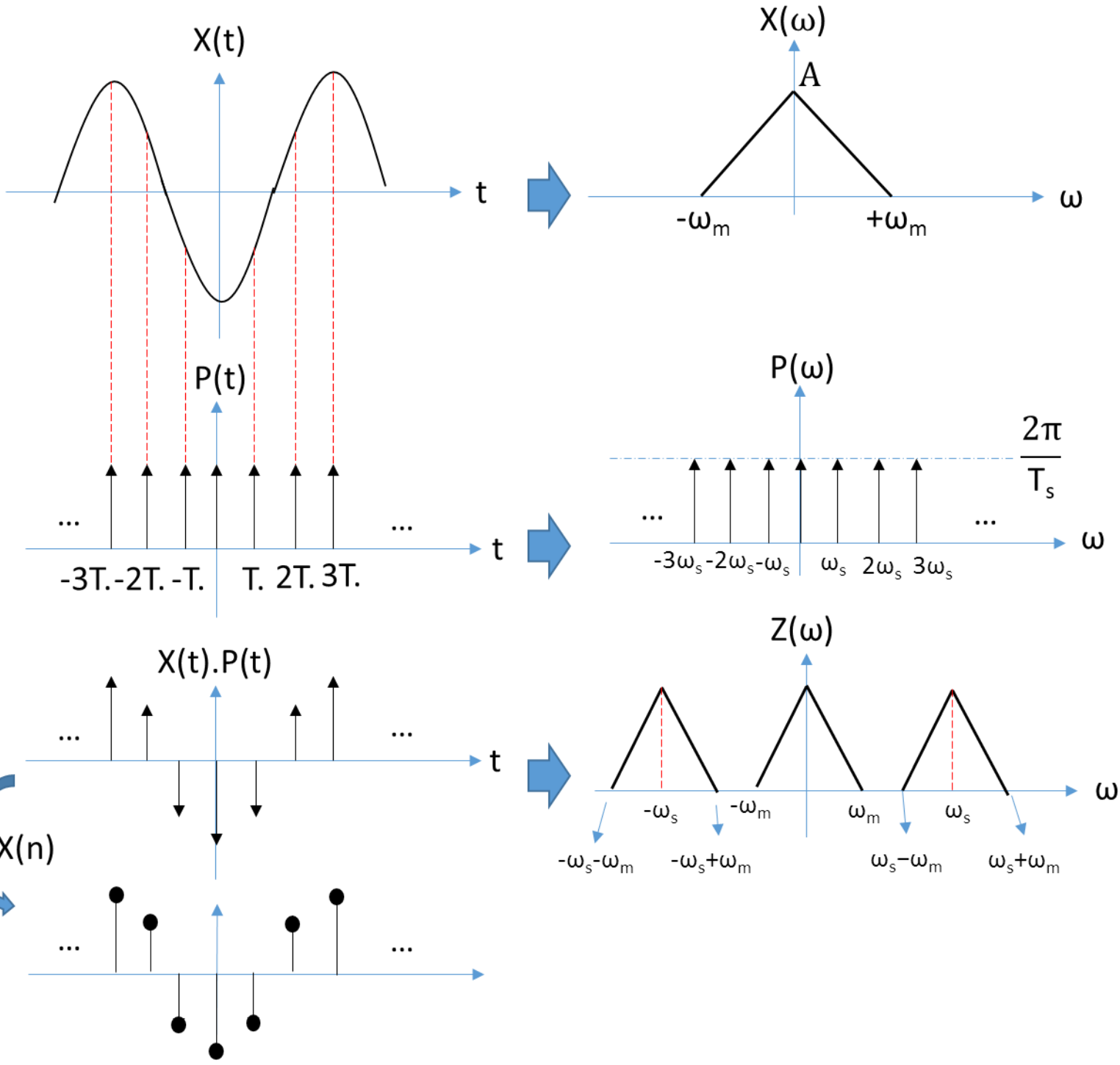
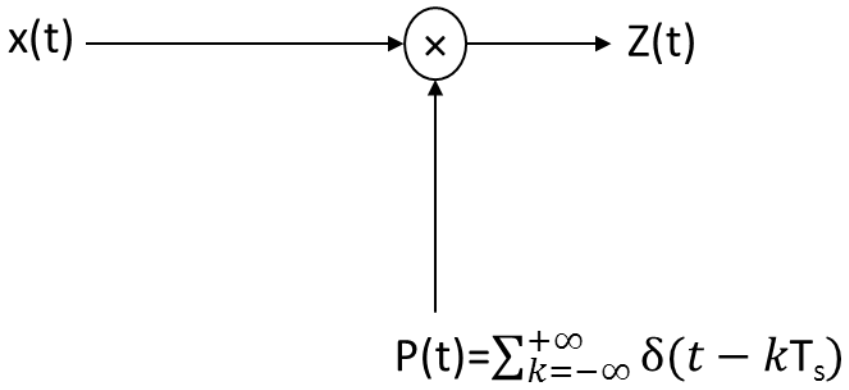
نمونه برداری: «sampling»





X(t).P(t) درحوزه زمان می‌شود Z(ω) در حوزه فرکانس یعنی:

$$F\left[x(t).P(t)\right] = \frac{1}{2\pi}X(\omega) * P(\omega)$$

$\omega_m < \omega_s - \omega_m$ → باید اینگونه باشد تا تداخل پیش نیاید.

→ $2\omega_m < \omega_s$ تناوب → $2\times\frac{2\pi}{T_m} < \frac{2\pi}{T_s}$

$T_s < \frac{T_m}{2}$ → نمونه برداری نایکوئیست

مثال:

$$x(t) = 1 + \cos(\pi t) - 3\cos(5\pi t)$$

a_0 , $a_{1,-1}$, $a_{5,-5}$, $\omega_0=\pi$

$$X(\omega) = 2\pi + \pi(\delta(\omega-\pi) + \delta(\omega+\pi)) + 3\frac{\pi}{j}(\delta(\omega-5\pi) - \delta(\omega+5\pi))$$

$$\omega = 5\pi \rightarrow 2 \times 5\pi < \frac{2\pi}{T_s} \rightarrow T_s < \frac{1}{5}$$

ω_m: بزرگترین فرکانس موجود در تبدیل فوریه سیگنالی که می خواهیم به دست آوریم.

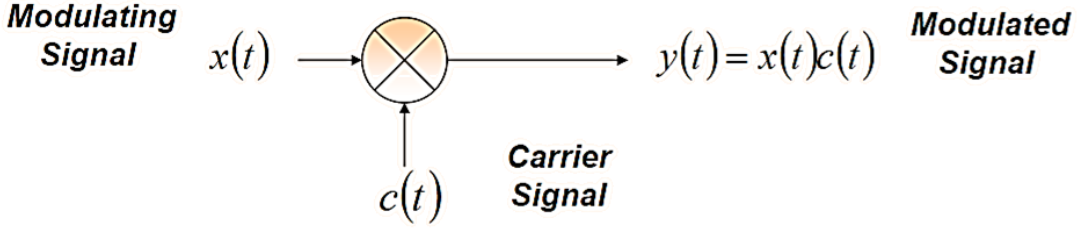
مثال:

$$y(t) = x(t)\,p(t) \xleftrightarrow{FT} \frac{1}{2\pi}\left[X(j\omega) * P(j\omega)\right]$$

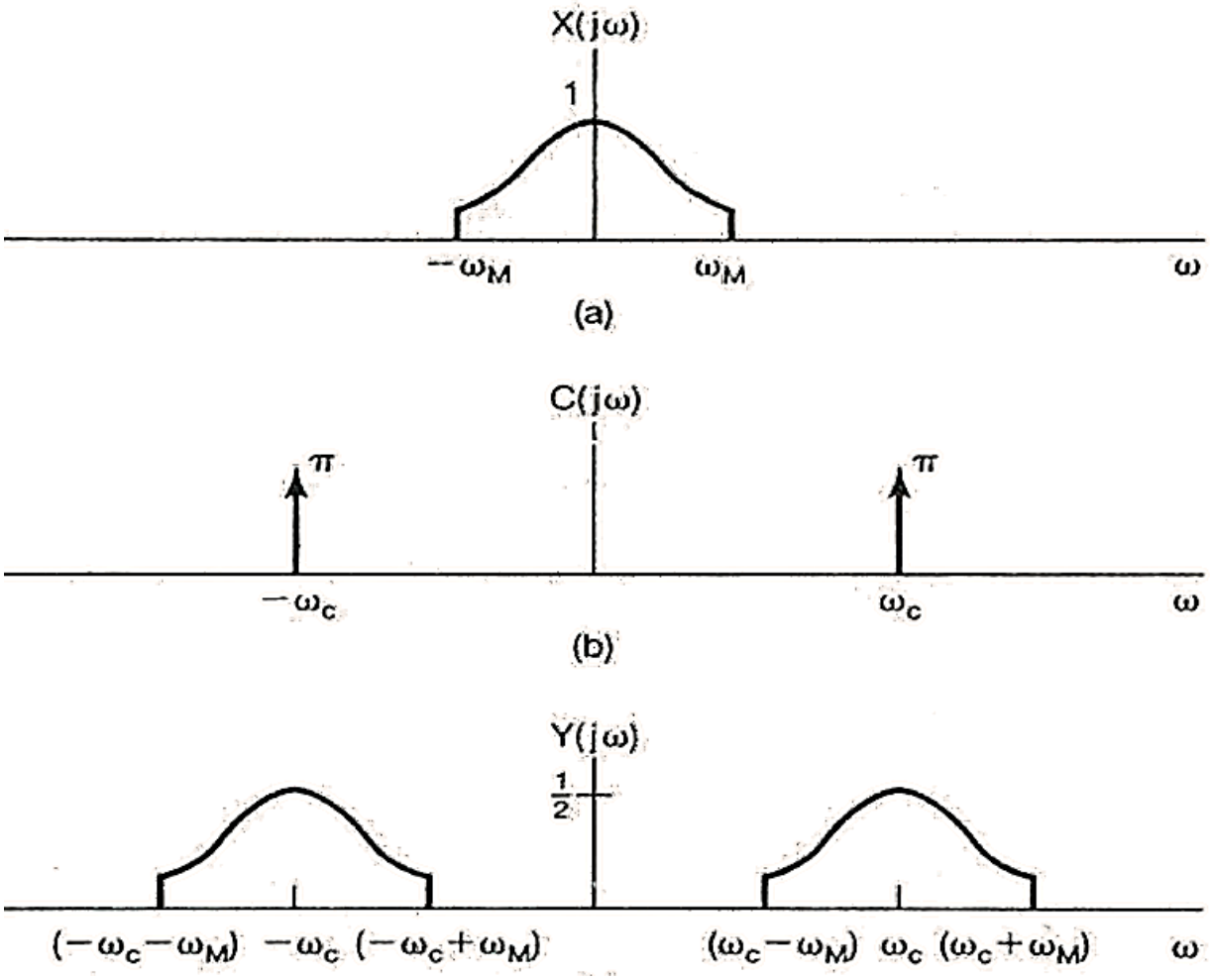
$$p(t) = \cos\omega_0 t \xleftrightarrow{FT} \pi\left[\delta(\omega-\omega_0) + \delta(\omega+\omega_0)\right]$$

$$Y(j\omega) = \frac{1}{2}\left[X\left(j(\omega-\omega_0)\right) + X\left(j(\omega-\omega_0)\right)\right]$$

Amplitude Modulation



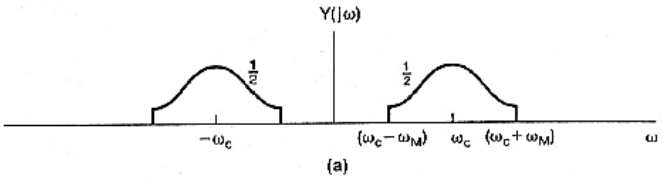
Amplitude Modulation

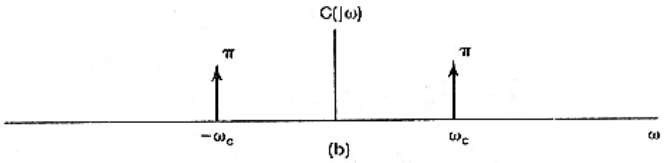


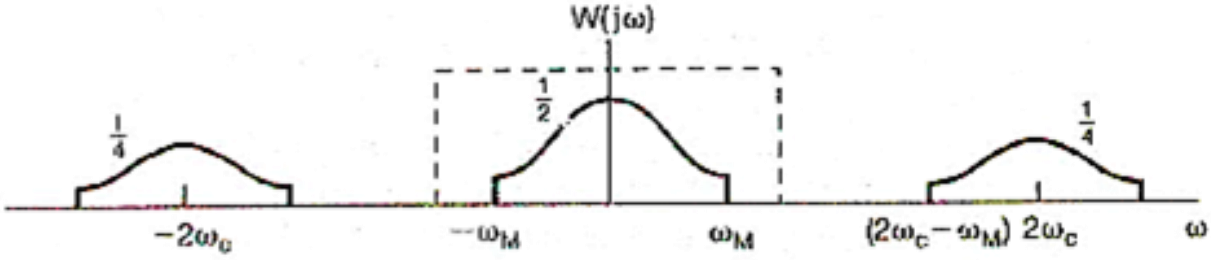
$$w(t) = y(t)c(t)$$
$$= x(t)\cos^2 \omega_c t$$
$$= \frac{1}{2}x(t) + \frac{1}{2}x(t)\cos 2\omega_c t$$

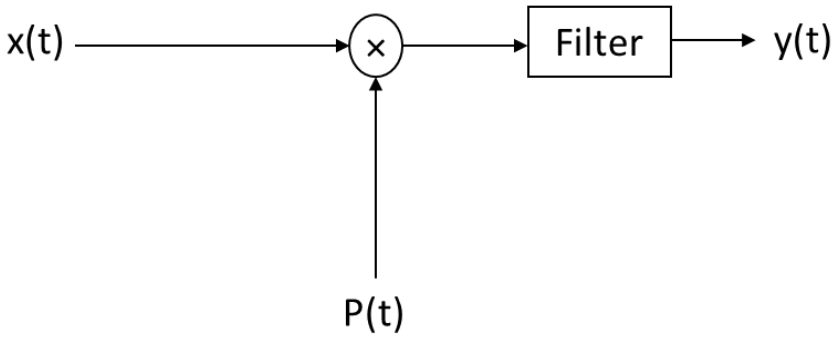
$$W(j\omega) = \frac{1}{2}X(j\omega) + \frac{1}{4}X(j\omega - j2\omega_c) + \frac{1}{4}X(j\omega + 2j\omega_c)$$

$x(t)$ or $W(j\omega)$



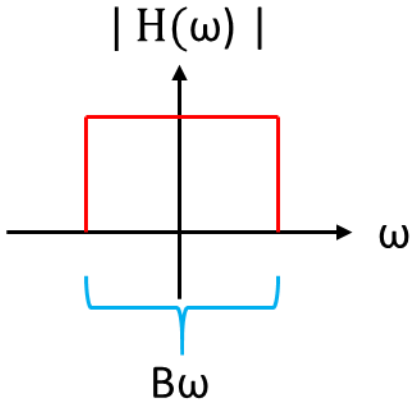




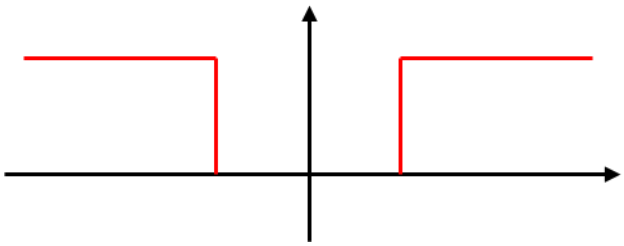


فیلترها:

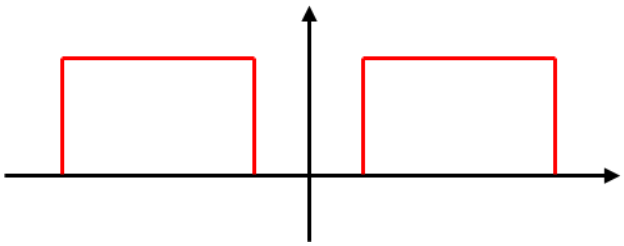
1. فیلتر پایین گذر:



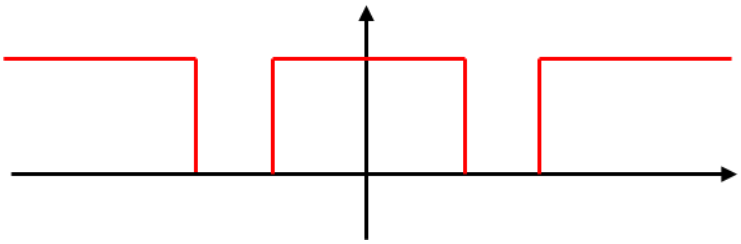
2. فیلتر بالا گذر:



3. فیلتر میان گذر:



4. فیلتر میان نگذر:



سیگنال $x(t)=\text{Sinc}(100t)+\text{Sinc}^2(60t)$ مفروض است. فواصل زمانی نایکوئیست برای این سیگنال برابر است با:

۱) $\frac{1}{240}\text{sec}$

۲) $\frac{1}{120}\text{sec}$

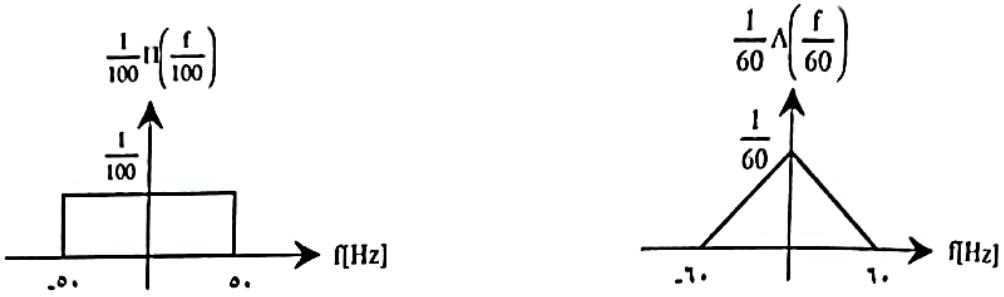
۳) $\frac{1}{100}\text{sec}$

۴) $\frac{1}{600}\text{sec}$

$$\text{Sinc}(2\omega t)\xleftrightarrow{F}\frac{1}{2\omega}\Pi\left(\frac{f}{2\omega}\right)$$

$$\text{Sinc}^2(2\omega t)\xleftrightarrow{F}\frac{1}{2\omega}\Lambda\left(\frac{f}{2\omega}\right)$$

$$x(t)=\text{Sinc}(100t)+\text{Sinc}^2(60t)\Rightarrow X(f)=\frac{1}{100}\Pi\left(\frac{f}{100}\right)+\frac{1}{60}\Lambda\left(\frac{f}{60}\right)$$



مشاهده می‌شود که بالاترین فرکانس موجود در طیف سیگنال $x(t)$ برابر ۶۰ هرتز است. پس داریم:

$$f_n=2f_{max}=2\times 60=120\text{Hz}\Rightarrow T_n=\frac{1}{f_n}=\frac{1}{120}\text{sec}$$